**ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΠΟΣΟΣΤΩΝ**

Το πλήθος των προβλημάτων που αναφέρονται σε ποσοστά (κεφ. Α.5.1. και Α.5.2. μαθηματικά Α' Γυμνασίου), είναι τεράστιο. Παρακάτω θα επιχειρήσω να ομαδοποιήσω αυτά τα προβλήματα σε κάποιες μεγάλες κατηγορίες.

**Γενικός τύπος:** Για να βρούμε το πόσο, α% ενός αριθμού β, πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό με το ποσοστό και διαιρούμε με το 100. Δηλ. $\frac{β\*α}{100}$

Παραδείγματα:

Το 10% του 50 : $\frac{50\*10}{100}=\frac{500}{100}$=5

Το 12% του 320 : $\frac{320\*12}{100}=\frac{3840}{100}$=38,4

Το 45% της ώρας: $\frac{60\*45}{100}=\frac{2700}{100}$=27 λεπτά (πολλαπλασιάζουμε με το 60 όσα δηλ. τα λεπτά της ώρας)

**1η κατηγορία:** *Μετατροπή κλάσματος σε ποσοστό επί τοις εκατό*.

Λύση: **Διαιρούμε πάντα τον αριθμό 100 με τον παρανομαστή του κλάσματος** και το **αποτέλεσμα** που βρίσκουμε **το πολλαπλασιάζουμε με τον αριθμητή και τον παρανομαστή του κλάσματος**.

Παραδείγματα: Να μετατραπούν σε ποσοστά τα κλάσματα $\frac{1}{5} και \frac{1}{4}$

Για το $\frac{1}{5}$ . 100: 5 = 20. Άρα $\frac{1\*20}{5\*20}=\frac{20}{100}$ . Άρα 20%

Για το $\frac{1}{4}$ . 100: 4 = 25. Άρα $\frac{1\*25}{5\*25}=\frac{25}{100}$ . Άρα 25%

**2η κατηγορία:** *Μετατροπή δεκαδικού σε ποσοστό επί τοις εκατό*.

Λύση: Για να εξαλείψουμε τα δεκαδικά ψηφία **πολλαπλασιάζουμε με τον αριθμό 100**. Το αποτέλεσμα μας το γράφουμε σε ποσοστό %.

Παραδείγματα:

2,41: Γράφεται 2,41 \* 100 = 241. Άρα 241%

0,03: Γράφεται 0,02 \* 100 = 3. Άρα 3%

**3η κατηγορία:** *Να εκφράσουμε σε ποσοστό επί τοις εκατό ένα αριθμό α συναρτήσει κάποιου άλλου β*.

Λύση: Κάνουμε πάντα τη διαίρεση **α:β** και για να μας προκύψει ποσοστό, το αποτέλεσμα που θα βρούμε το **πολλαπλασιάζουμε με τον αριθμό 100**.

Παραδείγματα:

Βρες τι ποσοστό είναι τα 50€ για τα 1000€. Έχουμε 50:1000=0,05. 0,05 \* 100 = 5%

Βρες τι ποσοστό είναι τα 120€ για τα 960€. Έχουμε 120:960=0,125. 0,125 \* 100 =12,5%

Βρες τι ποσοστό είναι τα 10εκ για το 1 μέτρο. Έχουμε 10:100=0,1. 0,1 \* 100 =10% (διαιρούμε με το 100 γιατί το μέτρο έχει 100 εκ.)

**4η κατηγορία:** *Προβλήματα εκπτώσεων ή φόρων*.

Λύση: Χρησιμοποιώντας τον γενικό **τύπο βρίσκουμε το ποσό της έκπτωση ή του φόρου** και για μεν τους **φόρους** το **προσθέτουμε** στο αρχικό ποσό, για δε τις **εκπτώσεις** το **αφαιρούμε** από το αρχικό ποσό.

Παραδείγματα

* Ένα πουκάμισο έχει αξία 70€ και επιβαρύνεται με ΦΠΑ 23%. Ποια είναι η τελική τιμή του;

 Βρίσκουμε το ποσό του φόρου $\frac{70\*23}{100}=\frac{1610}{100}$ = 16,10€

 Άρα, Τελική τιμή = Αρχική τιμή + ποσό φόρου. Άρα, 70+16,10=86,10€

* Ένα παλτό έχει αξία 120€. Το κατάστημα έχει εκπτώσεις 20%. Ποια είναι η τελική τιμή του;

 Βρίσκουμε το ποσό της έκπτωσης $\frac{120\*20}{100}=\frac{2400}{100}$ = 24€

 Άρα, Τελική τιμή = Αρχική τιμή - ποσό έκπτωσης. Άρα, 120-24=96€

**5η κατηγορία:** *Προβλήματα επενδύσεων (τόκων) μιας περιόδου.*

Λύση: Γενικός τύπος. **Τόκος = Κεφάλαιο \* επιτόκιο**. (Άρα και Κεφάλαιο = Τόκος : επιτόκιο.) Επίσης το επιτόκιο είναι συνήθως ετησιοποιημένο. Δίνεται δηλαδή αν κάποιος αφήσει τα χρήματα του π.χ. στην τράπεζα για ένα χρόνο.

Σ' αυτές τις περιπτώσεις υπολογίζουμε τον **τόκο** με τον παραπάνω τύπο και τον **προσθέτουμε στο αρχικό κεφάλαιο** για να δούμε τι ποσό θα πάρουμε στο τέλος του χρόνου (πόσο μας απέδωσε δηλαδή η επένδυση μας).

Παράδειγμα

Ποσό 1500€ κατατέθηκε στην τράπεζα με επιτόκιο 2,1%. Πόσος είναι ο τόκος που θα αποδώσει το κεφάλαιο μας και πόσα χρήματα θα πάρουμε από την τράπεζα μετά από έναν χρόνο.

Έχουμε: Τόκος = Κεφάλαιο \* επιτόκιο. Άρα 1500\*2,1%= $\frac{1500\*2,1}{100}=31,5$€ τόκος.

Στο τέλος του χρόνου λοιπόν θα πάρουμε 1500+31,5=1531,5€

**Προσοχή:** Επειδή όπως είπαμε το επιτόκιο είναι ετησιοποιημένο, αν δεν αφήσουμε τα χρήματα μας για έναν ολόκληρο χρόνο στην τράπεζα τότε για να βρούμε τον τόκο θα πρέπει να πολλαπλασιάσουμε με το κλάσμα $\frac{Χ}{12}$ όπου Χ το πλήθος των μηνών που θα αφήσουμε τα λεφτά μας στην τράπεζα.

Παράδειγμα:

Ποσό 1500€ κατατέθηκε στην τράπεζα με επιτόκιο 2,1%. Αν αφήσουμε τα χρήματα μας στην τράπεζα για 8 μήνες. Πόσος είναι ο τόκος που θα αποδώσει το κεφάλαιο μας και πόσα χρήματα θα πάρουμε στο τέλος των 8 μηνών.

Έχουμε: Τόκος = Κεφάλαιο \* επιτόκιο\*$\frac{8}{12}$. Άρα 1500\*2,1%\*$\frac{8}{12}$= $\frac{1500\*2,1\*8}{100\*12}=21$€ τόκος.

Στο τέλος του 8ου μήνα λοιπόν θα πάρουμε 1500+21=1521€

**6η κατηγορία:** *Προβλήματα επενδύσεων (τόκων) πολλών περιόδων.*

Λύση: Σ' αυτές τις περιπτώσεις λειτουργούμε ακριβώς όπως παραπάνω, μόνο που θα πρέπει να είμαστε ιδιαίτερα προσεκτικοί γιατί **στο τέλος κάθε περιόδου ο τόκος προστίθεται στο αρχικό κεφάλαιο**. (Έτσι η τελική απόδοση ***δεν προκύπτει*** σε καμιά περίπτωση αν βρούμε την απόδοση του πρώτου χρόνου και την πολλαπλασιάσουμε με τον αριθμό των περιόδων.)

Παράδειγμα:

Ένας επιχειρηματίας αγόρασε μετοχές μιας εταιρίας αξίας 3000€. Οι μετοχές είχαν απόδοση 5% κάθε χρόνο. Πόσα χρήματα θα πάρει ο επιχειρηματίας αν πουλήσει τις μετοχές του μετά από 3 χρόνια. Πόσοι είναι οι τόκοι που έχει εισπράξει ο επιχειρηματίας αυτά τα τρία χρόνια.

1ος χρόνος: 3000\*5% = 150€ τόκος . Τέλος του 1ου χρόνου 3000+150=3150€

2ος χρόνος: **3150**\*5%=157,5€ τόκος. Τέλος του 2ου χρόνου **3150**+157,5=3307,5€

3ος χρόνος: **3307,5**\*5%=165,375€ τόκος. τέλος του 3ου χρόνου **3307,5**+165,375=3472,875

Άρα μετά από 3 χρόνια ο επιχειρηματίας θα πάρει πίσω **3472,875€**

Αυτά τα τρία χρόνια λοιπόν πήρε 150+157,5+165,375=**472,875€ τόκους** (Το αποτέλεσμα μπορεί να προκύψει και από τον τύπο Τελικό ποσό-Αρχικό ποσό δηλαδή
3472,875-3000=472,875)

Προσοχή: Αν λέγαμε ότι αφού τον 1ο χρόνο πήρε 150€ τόκο, τότε τα 3 χρόνια θα πάρει 3\*150=450 € τόκους, προφανώς (όπως προκύπτει από την παραπάνω λύση,) θα είχαμε κάνει λάθος.

**7η κατηγορία:** *Ποσοστό κέρδους ή ζημιάς ενός τελικού κεφαλαίου α επί ενός αρχικού κεφαλαίου β.*

Λύση: Σ' αυτές τις περιπτώσεις εφαρμόζουμε τον **τύπο** $\frac{Τελικό ποσό-Αρχικό ποσό}{Αρχικό πόσο}\*100$. Αν το αποτέλεσμα που θα προκύψει είναι **θετικός** αριθμός έχουμε **κέρδος,** **αλλιώς** έχουμε **ζημιά**.

Παράδειγμα

Στο παραπάνω παράδειγμα, ποιο είναι το ποσοστό κέρδους ή ζημιάς του επιχειρηματία επί του αρχικού του κεφαλαίου.

Έχουμε $\frac{Τελικό ποσό-Αρχικό ποσό}{Αρχικό πόσο}\*100=\frac{3472,875-3000}{3000}\*100=$15,76% .

Το αποτέλεσμα είναι θετικό άρα ο επιχειρηματίας είχε **κέρδη** από την επένδυση του **15,76%.**

**8η κατηγορία:** *Αποφορολόγηση.*

Στα προβλήματα αυτά μας δίνεται ένα ποσό που εμπεριέχει ήδη μέσα ένα ποσοστό (συνήθως φόρου ή έκπτωσης) και μας ζητείται το αρχικό ποσό προ φόρου ή έκπτωσης.

Λύση: Εφαρμόζουμε τον τύπο $\frac{Τελικό ποσό}{1,χ}=Αρχικό ποσό$. Όπου χ είναι το ποσοστό του φόρου ή της έκπτωσης.

Παραδείγματα

* Αγοράσαμε προϊόντα αξίας 369€ τα οποία είχαν ΦΠΑ 23%. Ποια ήταν η αρχική τιμή των προϊόντων (πριν το φόρο);

 Λύση: $\frac{Τελικό ποσό}{1,χ}=Αρχικό ποσό.$ Άρα $\frac{369}{1,23}=300$€ (1,23 γιατί ο ΦΠΑ είναι 23%).

 Άρα τα προϊόντα μας πριν το φόρο έκαναν 300€.

* Τι ποσό πρέπει να καταθέσουμε σε μία τράπεζα για να πάρουμε μετά από ένα χρόνο 1000€, όταν το επιτόκιο είναι 2%;

 Λύση: $\frac{Τελικό ποσό}{1,χ}=Αρχικό ποσό.$ Άρα $\frac{1000}{1,02}=980,3922$€ (1,02 και όχι 1,20 γιατί το επιτόκιο είναι 2%).

 Άρα το ποσό που θα καταθέσουμε πρέπει να είναι 980,3922€

Σημειώνω και πάλι ότι η γκάμα των προβλημάτων των ποσοστών είναι πολύ μεγάλη. Αλλά θεωρώ ότι οι οκτώ αυτές μεγάλες κατηγορίες, καλύπτουν το μεγαλύτερο μέρος τέτοιου είδους προβλημάτων και σίγουρα επαρκούν για να καλύψουν τις περιπτώσεις προβλημάτων της ύλης της Α' Γυμνασίου.